



كلية التجارة

ورقة عن

استخدام الاساليب الكمية وبحوث العمليات فى خفض التكاليف

تحت اشرافه

الاستاذ الدكتور / محمد عبد الفتاح

اعداد

ابراهيم محمد المتولى

تمهيدي ماجستير محاسبة

2010/2009

ان استخدام أساليب بحوث العمليات يمتد ليشمل جميع فروع الوظائف الادارية، حيث تعتمد أساليب بحوث العمليات على المنهج العلمى الذى يبدأ بتعريف أساليب بحوث العمليات على المنهج العلمى الذى يبدأ بتعريف وتحليل المشكلة ثم بناء النموذج الرياضى ثم جمع البيانات والحقائق التى تمكن من استخلاص الحل من خلال ذلك النموذج الرياضى بلى ذلك اختيار النموذج ثم وضعة موضع التنفيذ الفعلى.بمعنى اخر فبحوث العمليات تستخدم الطرق العلمية لحل المشكلات المعقدة والمتشعبة فى جميع المجالات الادارية.

ومن اهم الاساليب الكمية البرمجة الخطية

هى أسلوب رياضى يستخدم لتعظيم أو تندية دالة معينة مستهدفة ، فهى من أبرز أساليب بحوث العمليات التى تستخدم فى مجالات التخطيط والتنظيم والرقابة.

ومن الطرق المستخدمة فى حل نموذج البرمجة الخطية طريقة السمبلكس:

يمكن عن طريق استخدام رياضة جبر المصفوفات تحديد التشكيلة المثلى من المنتجات التى تحقق أقصى ربح ممكن ومن أهم خطوات السمبلكس.

2- تحديد دالة الهدف

1 - تحديد متغيرات المشكلة

4- شرط عدم السلبية

3- اعداد قيود دالة الهدف

5- تحويل المتابينات الى معادلات بأضافة متغيرات وهمية أو راكدة وتعبير عن الجزء غير المستغل من الطاقة.

6- اعداد جداول الحل حتى نصل الى الحل الامثل والذى فية يكون صف الهدف أصفارا أو قيم سالبة .

وقبل استعراض طريقة السمبلكس يجب ان نتعرف على بعض المفاهيم الهامة

الحل الاساسى الممكن:

أى حل يحقق جميع قيود المشكلة ويحتوى على عدد من المتغيرات يساوى عدد القيود يسمى حل أساسى ممكن.

متغيرات القرار:

هى متغيرات التى تظهر فى دالة الهدف فى البرنامج الخطى ويكون مطلوب تعظيمها أو تصغيرها.

المتغيرات الأساسية :

هى تلك المتغيرات التى يتم اضافتها الى البرنامج الخطى لتحويله الى الصيغة القياسية (متغيرات مساعدة ، متغيرات زائدة ، متغيرات صناعية) .

سؤال هام متى تضاف المتغيرات الراكدة و المتغيرات الصناعية

تضاف المتغيرات عند تحويل المتباينات الى معادلات وذلك على النحو التالي:

- 1 – إذا كان القيد متباينة " اصغر من او يساوى" يتم اضافة متغير مساعد يعبر عن الطاقة العاطلة حيث يتم اضافة متغير لكل قيد وعدد المتغيرات يساوى عدد القيود وربح كل متغير مساعد فى دالة الهدف يساوى صفر.
- 2 – اذا كان القيد متباينة " أكبر من أو يساوى" يضاف الية متغير زائد سالب الاشارة وعدد المتغيرات الزائدة يساوى عدد القيود. ثم يضاف الية متغير صناعى بعدد المتباينات وربحة فى دالة الهدف رقم كبير جدا هو "M-" وتعتبر المتغيرات الصناعية هى المتغيرات الاساسية فى جدول الحل الاول .

ونجد السبب وراء وضع رقم كبير جدا (M) كمعامل للمتغيرات الصناعية هو أن الحل المبدئى يبدأ بأستخدام المتغيرات الصناعية كمتغيرات أساسية وحتى نضمن خروج هذه المتغيرات من الحل أو عدم احتواء منطقة الحل الممكنة على احد هذه المتغيرات الصناعية يتم تحديد رقم كبير جدا لها كمعامل فى دالة الهدف.

الفرق بين المتغيرات الراكدة فى مشكلة تعظيم الربح و تخفيض التكلفة .

ويجب ان نلفت النظر الى الفرق بين المتغيرات الراكدة التى اضفناها الى المتباينات مشكلة التخفيض تختلف فى معناها عن تلك التى كنا نضيفها الى متباينات مشكلة التعظيم، فهى فى مشاكل التعظيم كانت بمثابة مقدار الطاقة غير المستغلة فى كل القيد، اما هنا وفى مشاكل التخفيض فأنها تعنى عكس ذلك تماما، فهى تمثل مقدار الزيادة عن المطلوب لمقابلة الاحتياجات .

الحكمة فى وضع متغيرلت اصطناعية فى مشاكل التخفيض :

هو ظهور المتغيرات الراكدة بمعاملات سالبة اذا اخترنا نقطة الأصل كحل مبدئى ولمعالجة هذه المشكلة فأنا نحتاج الى أن نضيف متغيرا مكمل لكل قيد يكون فيه المتغير الراكدة لة قيمة سالبة ، وهذه المتغيرات الجديدة تسمى المتغيرات الاصطناعية وقد سميت بذلك لانها تستخدم لتحويل نقطة الاصل الوهمية من نقطة غير ممكنة الى نقطة ممكنة.

أهمية المتغيرات الاصطناعية:

اهميتها تكمن فى أنها أداة حسابية تسمح بمعالجة نوعين من القيود وهما النوع المتساوى (معادلات) والنوع الاكبر من أو يساوى ، وعلى ذلك يمكن أن نعتبر المتغير الصناعى هو بمثابة المتتم الصناعى الذى يتم وضعة بمعادلة القيد الاول ليمنع أن يأخذ المتغير الراكدة ان يأخذ قيمة سالبة وهكذا اهمية بالنسبة للقيد الثانى والثالث.

ونتيجة لاستخدام المتغيرات الاصطناعية قد تمكنا من تحويل نقطة الاصل من نقطة غير ممكنة الى نقطة حل ممكن ، أذن ان منهج السمبلكس سوف يختار المتغيرات الاصطناعية لتكون هى المتغيرات الاساسية المبدئية (عند نقطة الاصل الوهمية)

وستكون المتغيرات القرارية والمتغيرات الراكدة بمثابة متغيرات غير اساسية قيمة كل منها صفر، وهذا معناه أن نقطة الاصل (الوهمية) اصبحت نقطة حل مبدئى ممكن ، فيها قيم المتغيرات الراكدة والوهمية = صفر ، والمتغيرات الصناعية لها قيم موجبة .

استخدام الجداول الالكترونية في تطبيق نماذج البرمجة الخطية:

تعتبر طريقة السمبلكس من الطرق الطويلة التي تستغرق وقت و جهد طويل في حسابها لذلك نستخدم الجداول الالكترونية في الوصول الى اقل تكلفة (تخفيض تكلفة) وذلك من خلال برنامج.

1- SUMPRODUCT

2- SOLVER

مثال تطبيقي:

بأستخدام برنامج الاكسل ايجاد الحل الامثل لهذا البرنامج:

$$\text{Min } X_0 = 4X_1 + X_2$$

Subject to

$$3X_1 + X_2 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

لصيغة وحل نموذج البرمجة الخطية في برنامج الاكسل ينبغي العمل بالخطوات الاتية:

1 – أَدخَال البيانات بشكل صحيح

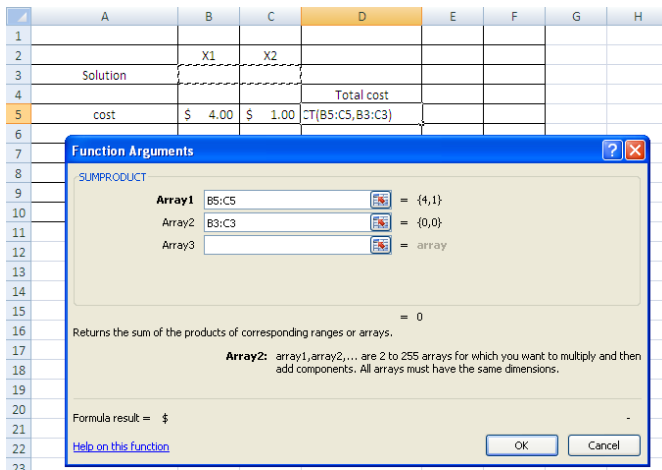
نقوم بادخال البيانات كما هو موضح بالشكل رقم (1):

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X1	X2			
3	Solution					
4				Total cost		
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00			
6						
7	subject to					
8	Registration1	3	1		=	3
9	Registration2	4	3		≥	6
10	Registration3	1	2		≤	3
11						
12				شكل رقم (1)		

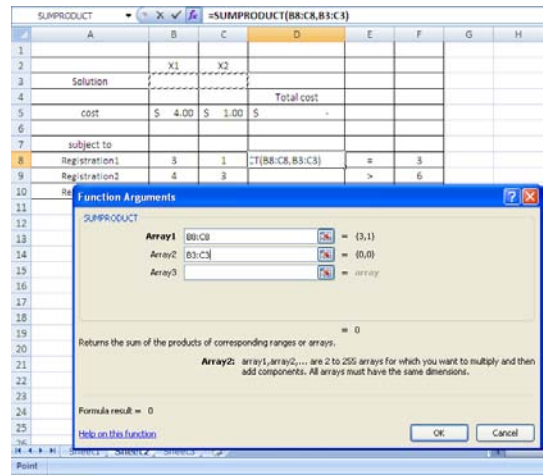
2 - كتابة الصيغ المطلوبة

نستخدم صيغة **SUNPRODUCT** كما هو موضح بالشكل (4) وهذه الدالة تستخدم لاجاد ناتج جميع خلايا معينة ذات نطاقين

شكل (3)

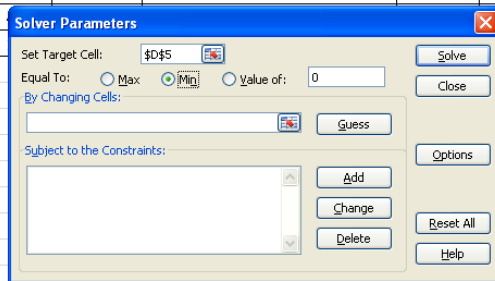


شكل (2)



	A	B	C	D	E	F
1				شكل (4)		
2		X1	X2			
3	Solution					
4				Total cost		
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00	\$		
6						
7	subject to					
8	Registration1	3	1	SUMPRODUCT(B8:C8,B3:C3)	=	3
9	Registration2	4	3	SUMPRODUCT(B9:C9,B3:C3)	≥	6
10	Registration3	1	2	SUMPRODUCT(B10:C10,B3:C3)	≤	3

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X1	X2			
3	Solution					
4				Total cost		
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00	\$		
6						
7	subject to					
8	Registration1	3	1		0	= 3
9	Registration2					
10	Registration3					



3 - تعريف خلية الهدف (دالة الهدف)

نقوم بعمل الخطوات الاتية:

1) TOLLS

2) SOLVER

ثم نختار زر الخيار المقابل الى مجموعة دالة الهدف

SET TARGET CELL FROM SOLVER

ثم اختيار

MIN

4 – تحديد الخلايا المتغيرة

في هذه الخطوة نقوم بتحديد خلايا متغيرات القرار والتي سيقوم SOLVER بتغيير قيمتها عندما يحاول أن يجد القيمة القصوى للنموذج ويبين ذلك الشكل التالي.

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X1	X2			
3	Solution					
4				Total cost		
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00	\$ -		
6						
7	subject to					
8	Registration1	3	1		0	= 3
9	Registration2					
10	Registration3					

Solver Parameters

Set Target Cell:

Equal To: Max Min Value of:

By Changing Cells:

Subject to the Constraints:

5 – اضافة القيود

في هذه الخطوة نقوم بأضافة قيود الحل ويوضحها الشكل التالي:

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X1	X2			
3	Solution					
4				Total cost		
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00	\$ -		
6						
7	subject to					
8	Registration1	3	1		0	= 3
9	Registration2	4	3			
10	Registration3	1	2			

Add Constraint

Cell Reference: =

6- خيارات الحل

عند تحديد خلايا الهدف والخلايا المتغيرة والقيود ستكون النافذة كمايلي :

نافذة SLOVER

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X1	X2			
3	Solution					
4				Total cost		
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00	\$ -		
6						
7	subject to					
8	Registration1	3				
9	Registration2	4				
10	Registration3	1				

Solver Parameters

Set Target Cell:

Equal To: Max Min Value of:

By Changing Cells:

Subject to the Constraints:

وهنا لابد من تحديد افتراضيات خطية النموذج وعدم السلبية من خلال زر الخيارات OPTIONS

- 1) ASSUME LINEAR MODEL
- 2) ASSUME NON_NEGATIVE

7 - حل النموذج

إذا وجد SOLVER الحل الامثل ستظهر لنا نافذة تحتوي على عدة خيارات فقنما بختيار الاول حتى نحفظ بالحل الامثل ويوضح ذلك الشكل التالي.

الحل الامثل

	A	B	C	D	E	F
1						
2		X1	X2			
3	Solution	0.6	1.2			
4				Total cost		
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00	\$ 3.60		
6						
7	subject to					
8	Registration1	3	1		3	=
9	Registration2	4	3		6	>=
10	Registration3	1	2		3	<=

Solver Results

Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied.

Keep Solver Solution Restore Original Values

Reports: Answer Sensitivity Limits

ويصبح الشكل النهائي عند ايجاد الحل الامثل للبرنامج :

	A	B	C	D	E	F
1	صياغة وحل نموذج البرمجة الخطية في برنامج الاكسل (تخفيض تكلفة)					
2		X1	X2			
3	Solution	0.6	1.2			
4		Total cost				
5	cost	\$ 4.00	\$ 1.00	\$	3.60	
6						
7	subject to					
8	Registration1	3	1		3	= 3
9	Registration2	4	3		6	≥ 6
10	Registration3	1	2		3	≤ 3

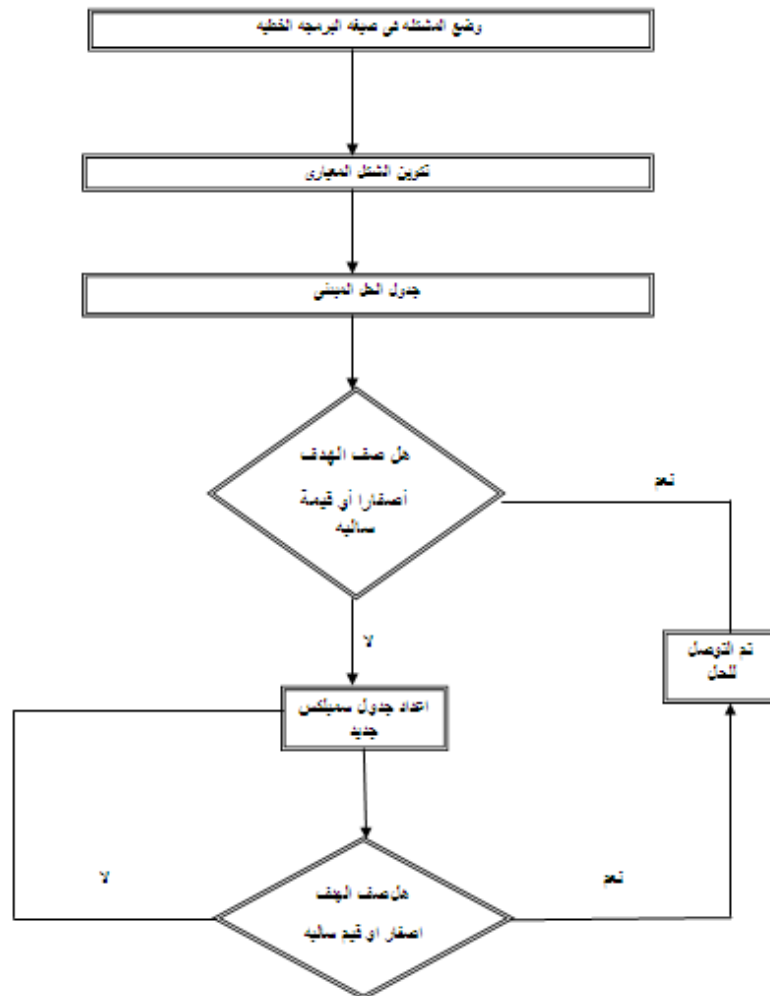
نجد الحل الامثل عند:

$$X_1=0.6$$

$$X_2= 1.2$$

$$\text{Min } X_0=3.6$$

واخيرا يمكن عرض شكل بياني يوضح خطوات طريقة السمبلكس في ايجاد الحلول الممكنة لخفض التكلفة.



مثال تطبيقي:

إذا توافر لديك البرنامج الخطى التالي :

$$\text{Min } X_0 = 4X_1 + X_2$$

Subject to

$$3X_1 + X_2 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

المطلوب إيجاد الحل الأمثل بطريقة السمبلكس لهذا البرنامج:

$$\text{Min } X_0 = 4X_1 + X_2 + 0S_1 + 0S_2 + MA_1 + MA_2$$

Subject to

$$3X_1 + X_2 + A_1 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 - S_2 + A_2 = 6$$

$$X_1 + 2X_2 + S_3 = 3$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0$$

نلاحظ ان :

S_2 متغير زائد
 S_3 متغير مساعد
 A_1, A_2 متغيرات صناعية

ويجب البدء فى الحل الاول بأستخدام المتغيرات الصناعية و المتغيرة المساعدة وبهذا يكون جدول الحل المبدئى كما يلى :

جدول السمبلكس الاول (الحل المبدئى)

B.V	Ci	X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	A ₂	S ₃	constant	Rito
		4	1	M	0	M	0		
A ₁	M	3	1	1	0	0	0	3	1
A ₂	M	4	3	0	-1	1	0	6	1.5
S ₃	0	1	2	0	0	0	1	3	3
Zi		7M	4M	M	-.M	M	0		
Ci - Zi		4	1	0	0	0	0	0	
Big M		-7	-4	0	1	0	0	9	

ونلاحظ ان :

$$Ci - Zi = 4 - 7M$$

$$Ci - Zi = 4$$

$$\text{big } M = -7$$

• وحيث اننا نهدف الى تخفيض التكاليف لذلك فإن الحل سيكون غير أمثل طالما وجد أن هناك متغير أو أكثر من المتغيرات غير الأساسية لة قيمة سالبة في صف صافى التغير (على عكس مشاكل تعظيم الارباح)، لان الحل الامثل يحدث عندما نجد أن كل القيم صف صافى التغير أما صفرية أو موجبة.

• لذلك يجب تحسين الحل لتخفيض اجمالى التكاليف عن طريق اختيار اى المتغيرين X_1, X_2 كمتغير داخل فى الحل حيث ان صافى التغير لكل منهما قيمة سالبة والقاعدة فى تعيين المتغير الداخلى لمشاكل التخفيض فأننا سنختار المتغيرات ذات أكبر قيمة بأشارة سالبة فى صف صافى التغير كمتغير داخل وبالنظر الى صف صافى التغير يتبين ان X_1 هو المتغير ذات اكبر قيمة بقيمة سالبة انن هو المتغير الداخلى فى الحل (عمود الحل) وهو " X_1 " والمتغير الخارج هو المتغير ذات أقل خارج قسمة لقيم المتغيرات الأساسية على المعاملات المقابلة بعمود المتغير الداخلى وهو " A_1 "

تحديد الرقم المحورى :

هو ناتج تقاطع عمود الحل (المتغير الداخلى) وصف الحل (المتغير الخارج) وهو "3"

ايجاد القيم الجديدة للصف الرئيسى الجديد (صف المتغير الداخلى فى الحل X_2)

قيم صف X_1 الجديد = قيم صف A_1 ÷ العنصر الرئيسى (الرقم المحورى)

	X_1	X_2	A_1	S_2	A_2	S_3	constant
قيم A_1	3	1	1	0	0	0	3
الرقم المحورى	3	3	3	3	3	3	3
قيم صف X_1 الجديد	1.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	1.000

ايجاد القيم الجديدة للصف A_2 فى الجدول الثانى:

= عناصر الصف القديم (صف غير رئيسى) - (عناصر الصف الرئيسى الجديد x الرقم الذى يقع فى تقاطع هذا الصف مع العمود الرئيسى)

	X_1	X_2	A_1	S_2	A_2	S_3	constant
A_2	4	3	0	-1	1	0	6
قيم صف X_1 الجديد	1.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	1.000
رقم تقاطع	4	4	4	4	4	4	4
قيم A_2 الجديد	0	1.667	-1.333	-1	1	0	2

ايجاد القيم الجديدة للصف S_3 فى الجدول الثانى :

	X_1	X_2	A_1	S_2	A_2	S_3	constant
S_2	1	2	0	0	0	1	3
قيم صف X_1 الجديد	1.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	1.000
رقم تقاطع	1	1	1	1	1	1	1
قيم S_2 الجديد	0	1.667	-0.333	0	0	1	2

جدول السمبلكس الثانى

B.V	Ci	X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	A ₂	S ₃	constant	Rito
		4	1	M	0	M	0		
X ₁	4	1.000	0.333	0.333	0.000	0.000	0.000	1.000	3
A ₂	M	0	1.667	-1.333	-1	1	0	2	1.2
S ₃	0	0	1.667	-0.333	0	0	1	3	1.8
Zi		4	1.333+1.667M	1.333- 1.333M	.-M	M	0		
Ci - Zi		0	-0.333	-1.33	0	0	0	4	
Big M		0	-1.67	2.333	1	0	0	2	

وحيث اننا نهدف الى تخفيض التكاليف لذلك فان الحل سيكون غير أمثل طالما وجد أن هناك متغير أو أكثر من المتغيرات غير الاساسية لة قيمة سالبة فى صف صافى التغير
ونلاحظ من خلال جدول السمبلكس الثانى ان المتغير الداخلى فى الحل هو X₂ والمتغير الخارج هو A₂ وبتعديل الصف الرئيسى والصفوف الغير الرئيسة لى نحصل على جدول الحل الثالث ، سوف يتم اجراء نفس الخطوات السابقة كالآتى :

	X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	A ₂	S ₃	constant
قيم A ₂	0	1.667	-1.333	-1	1	0	2
الرقم المحورى	1.667	1.667	1.667	1.667	1.667	1.667	1.667
قيم صف X ₂ الجديد	0.0	1.0	-0.8	-0.6	0.6	0.0	1.2

	X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	A ₂	S ₃	constant
X ₁	1	0.333	0.333	0	0	0	1
قيم صف X ₂ الجديد	0.0	1.0	-0.8	-0.6	0.6	0.0	1.2
رقم تقاطع	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
قيم X ₁ الجديد	1	0.000	0.600	0.2	-0.2	0	0.6

	X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	A ₂	S ₃	constant
S ₃	0	1.667	-0.333	0	0	1	3
قيم صف X ₂ الجديد	0.000	1.000	-0.800	-0.600	0.600	0.000	1.200
رقم تقاطع	1.667	1.667	1.667	1.667	1.667	1.667	1.667
قيم S ₃ الجديد	0	0.000	1.000	1	-1	1	0

جدول السمبلكس الثالث

B.V	Ci	X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	A ₂	S ₃	constant	Rito
		4	1	M	0	M	0		
X ₁	4	1.0	0.0	0.6	0.2	-0.2	0.0	0.6	3
X ₂	1	0.0	1.0	-0.8	-0.6	0.6	0.0	1.2	2
S ₃	0	0	0	1	1	-1	1	0	0
Zi		4	1.00	1.60	0.20	-0.20	0		
Ci - Zi		0	0	-1.6	-0.2	0.2	0	3.6	
Big M		0	0	1	0	1	0	0	

وبتعديل الصف الرئيسي (S₃) والصفوف الغير رئيسية نحصل على جدول الحل الامثل الاخير :

final tableau

B.V	Ci	X ₁	X ₂	A ₁	S ₂	A ₂	S ₃	constant	Rito
		4	1	M	0	M	0		
X ₁	4	1.0	0.0	0.4	0.0	0.0	0.2	0.6	0
X ₂	1	0.0	1.0	-0.2	0.0	0.0	0.6	1.2	0
S ₂	0	0	0	1	1	-1	1	0	0
Ci - Zi		0	0	-1.4	0	0	0.2	3.6	
Big M		0	0	1	0	1	0	0	

ومن الجدول الحل الاخير نجد أن الحل الامثل يتم الحصول عليه في حالتين أن جميع قيم صف (Ci - Zi) أصفار أو أرقام موجبة ونجد أن هذا الجدول يحدد الحل الامثل كما يلي:

$$X_1=0.6 \quad X_2= 1.2 \quad \text{Min } X_0=3.6$$

وهذا الحل يتطابق مع الحل باستخدام برنامج الاكسل الذي سبق عرضه اولاً.

مشكلات خفض التكاليف باستخدام أسلوب السمبلكس:

1 – أن المتغيرات الراكدة سوف تأخذ قيم سالبة إذا اخترنا نقطة الاصل كحل مبدئي لتخفيض التكاليف وتم معالجتها من خلال إضافة المتغيرات الاصطناعية لتكون مكمل لمتغيرات الراكدة.

2 – عند اختبار مثالية جدول الحل المبدئي، فسند أنطبق قاعدة اختيار المثالية يمثل جدول الحل الامثل، وذلك لأن المتغيرات الصناعية التي أضفناها الى معادلات القيود ليست ممثلة في دالة الهدف ، ومن ثم ليس لها تكلفة، وبذلك ظهر الحل في الحل المبدئي بأنه حل الامثل لان المتغيرات الاساسية ليس لها تكلفة.

والعلاج

يتعين أن نضيف الى دالة الهدف كل متغير صناعي أضيف لقيود المعاملات وأن تكون له تكلفة بدالة الهدف حتى لا يظهر لنا متغيرات اصطناعية عند استكمال الحل . ونحدد له تكلفة مرتفعة جدا حتى لا يدخل مرة أخرى كمتغير أساسي ومن أحد الطرق لاجراء ذلك هي أن نحدد تكلفة كل متغير صناعي بقيمة مقدارها (م) وهي تكلفة مرتفعة جدا وهذا المدخل يسمى طريقة (م) الكبرى ويمكن أن نترك الرمز (م) كمعامل دالة الهدف للمتغير الصناعي او ان نستخدمه بقيمة مرتفعة جدا إذا ما قورنت بمعاملات المتغيرات القرارية بدالة الهدف.

مراجع البحث:

- 1 – دراسات في النظم المعلومات المحاسبية الدكتور جمال سعد خطاب وآخرون.
- 2 – دراسات في التحليل الكمي أ.د. مدحت محمد عبد العال
- 3 – بحوث العمليات وتطبيقاتها في حل المشكلات واتخاذ القرارات الدكتور / فريد عبد الفتاح زين الدين ، كلية التجارة جامعة الزقازيق.